

Macro stress testing du risque de crédit, évaluation des impacts et apport de la théorie des copules, cas d'une banque Marocaine

Macro stress testing of credit risk, Evaluation of impacts and contribution of copula theories, case of a Moroccan bank

ALAE LAACHOUB

Doctorant, FSJES, Université Ibn Zohr, Agadir, Maroc ; LERASE, Laboratoire d'Etudes et de Recherches Appliquées en Sciences Economiques.

MOHAMED ADASKOU

Enseignant-chercheur, FSJES, Université Ibn Zohr, Agadir, Maroc ; LERASE, Laboratoire d'Etudes et de Recherches Appliquées en Sciences Economiques

Résumé : Les stress tests sont de plus en plus utilisés pour mesurer la résilience d'un système bancaire ou d'une banque particulière. Cependant, et vu la complexité d'un tel exercice, la majeure partie des travaux concernent les banques centrales des pays développés, et se heurtent à une complexité au niveau de l'intégration des corrélations de défauts dans le stress test, et dans la mesure des impacts en terme de risque de crédit. Ce document présente une méthodologie de stress test Macroéconomique d'un portefeuille d'une banque marocaine, basé sur des scénarios historiques via des modèles chronologiques et un système d'équations *SUR* reprenant les interactions de défauts sectoriels dans le portefeuille en fréquence trimestrielle sur la période 1998 T1 à 2008 T4, les impacts sur le risque de crédit sont mesurés en premier lieu via la Value-at-Risk 'VaR', et sous l'hypothèse de normalité des taux de défaillances, puis en deuxième lieu via la mesure Expected Shortfall 'ES' et après intégration des copules archimédiennes pour mesurer la distribution jointe dans les secteurs ne respectant pas l'hypothèse de normalité des taux de défaillances. Les résultats montrent l'impact négatif sur le portefeuille durant la période de stress test en occurrence 2009T1 à 2010T1. Toutefois, l'intégration des copules pour approcher la distribution bivariée des secteurs ne présentant pas de normalité de taux de défaillances, et l'utilisation de la mesure ES pour palier au problème de sous additivité de la VaR, est d'un grand apport dans le sens de correction de la surestimation des impacts en comparaison avec la VaR.

Mots-clés : Macrostress tests, risque de crédit, VaR, Expected shortfall, SUR, indice de crédit, Copules archimédiennes.



Introduction

Le recourt au stress tests est de plus en plus pratiqué dans le système financier. En effet et en sus des considérations réglementaires de l'accord de Bâle II et III, la crise financière de 2006 a montré l'importance de cet exercice dans l'évaluation de la résilience des banques et du niveau des fonds propres. Les exercices de stress tests prennent plusieurs formes : Worst case scenario (WCS), historique, hypothétiques.... Mais restent principalement appliqués par les banques centrales, ils concernent essentiellement le risque de crédit, mais aussi le risque de marché et la gestion actif / passif. Néanmoins le risque de crédit reste le plus problématique, notamment vu la complexité technique qu'il présente. Dans ce sens sa prise en compte et la modélisation des dépendances ou du moins des corrélations de défaut concernant les facteurs de risques reste un sujet de recherche par excellence. La considération de l'exercice de stress test à partir d'une liaison avec l'environnement macroéconomique, est d'avantage une difficulté de taille dans ce schéma, surtout lorsqu'on s'intéresse à évaluer les impacts non pas sur le système en entier, mais uniquement sur une banque commerciale. En effet, la garantie du passage de l'environnement macroéconomique vers un portefeuille de crédit d'une banque, en respectant les interdépendances entre les facteurs de risques est une problématique qui reste peu discutée. Comment garantir le passage du niveau macroéconomique au niveau microéconomique, quel environnement macroéconomique peut-on considérer pour déterminer cette liaison ? Comment tenir compte des interdépendances dans le modèle de stress test ? Et finalement comment déterminer et quantifier les impacts du choc macroéconomique en respectant la structure de dépendances dans le portefeuille de crédit.

L'un des apports de cet article, est en effet la proposition d'une méthodologie de macrostress testing du risque de crédit sur une banque, en garantissant la reproduction des schémas d'interdépendances dans le processus de stress test, grâce à l'utilisation du modèle SUR (Annexe 2). En effet, ce sujet reste peu discuté dans la littérature au niveau international mais surtout au Maroc. Dans ce sillage, notre recherche ne fait état d'aucun exercice du genre par les banques marocaines, ce qui constitue un apport majeur à la littérature dans ce sens. La modélisation s'appuie sur plusieurs techniques alliant des séries chronologiques, des systèmes de régressions, et la simulation non paramétrique. Dans ce sens deux mesures d'impact en terme de risque de crédit sont proposées.

la première, s'inspire de la gestion du risque de marché et qui est la VAR (Annexe 1). La deuxième qui est propre au risque de crédit, et qui est une correction de la sous additivité de la première (dans le cadre de la considération de la segmentation du portefeuille de crédit de la banque en question en deux sous portefeuilles afin de palier au problème d'estimation de la distribution de défaut jointe dans le portefeuille).

Un autre apport de notre étude, est l'utilisation des copules archimédiennes pour capter la distribution bivariée dans le cas d'invalidité de l'hypothèse de normalité, tout en considérant le cas d'externalité des distributions dans le cadre de stress test. Les résultats affirment la robustesse du modèle initial malgré l'hypothèse de normalité des taux de défaillances mais donnent une surestimation en comparaison avec le cas de la considération de la modélisation via les copules archimédiennes et la mesure Expected Shortfall qui présente l'avantage de l'additivité.

L'étude est scindée en plusieurs parties et l'identité de la banque n'est pas révélée par mesure de confidentialité. La première partie présente une brève revue de littérature concernant les stress tests. Quant à la deuxième partie, elle présente la méthodologie adoptée. Et enfin, la troisième partie présente les résultats du macrostress test sous l'approche VaR. La quatrième partie présente la correction apportée par les copules archimédiennes au problème de non normalité des taux de défaut dans deux secteurs qui donne lieu à la mesure additive du risque de crédit Expected Shortfall et la dernière partie présente la conclusion générale.

1. Revue de littérature

Plusieurs études ont utilisées des variables macroéconomiques pour estimer la probabilité de défaut (PD) d'une entreprise. La plupart des études établissant un lien entre le risque de crédit et les variables macroéconomiques ont utilisées ces variables pour expliquer les effets macroéconomiques sur les PD à travers les notations de crédit (Dufe et al., 2007, Koopman et al 2005 ; Kanno, 2012).

Par exemple, Dufe et al. (2007) estiment la PD conditionnelle en modélisant la dynamique des variables macroéconomiques et de variables propres à une entreprise à l'aide de vecteurs d'état de Markov.

Chak-sham Wong (2008), intègrent les variables macroéconomiques dans l'évaluation du risque de crédit à partir d'une analyse de cas d'une période de stress du secteur bancaire de Hong Kong. La modélisation économétrique ne fonctionne pas bien pour la modélisation de scénarios de stress. La probabilité de défaut avec contrainte (PD) fournie par Bâle II est beaucoup plus élevée que la PD avec contrainte observée dans l'historique.

Ferdinand Mager et al (2009), utilisent le modèle basé sur les notations internes (IRB) permettant en outre la variation des corrélations de crédit et des exigences de fonds propres, ils établissent une relation étroite entre l'environnement macroéconomique et la qualité des portefeuilles de prêts du système bancaire. La valeur en risque de crédit peut augmenter jusqu'à 300%.

Akira Otani et al, (2009) utilisent le model VAR pour la simulation de la matrice de transition des indices de risques les simulations reproduisent avec succès les asymétries de transition le cadre reproduit avec succès les réponses asymétriques du risque de crédit entre une récession profonde et la reprise économique ultérieure.

Alfred Hamerle et al (2011) intègrent les variables macroéconomiques dans le système de gestion des risques d'une banque à l'aide d'un modèle de risque de crédit multifactoriel comportant des variables macroéconomiques latentes et observables. La tendance négative des facteurs macroéconomiques a un impact significatif sur le risque de crédit.

Masayasu Kanno, 2015, évalue le risque de défaillance d'une entreprise au moyen d'une régression à plusieurs niveaux reposant sur des estimations simultanées des impacts de facteurs de risque spécifiques à une entreprise, et de variables macroéconomiques spécifiques à un secteur, à l'aide de données de panel et de séries chronologiques.

Çağatay Başarır (2016), modélise le risque de crédit par l'environnement macroéconomique fondé sur l'approche le Credit Portfolio View de Wilson pour le secteur bancaire turc entre la période 1999T1-2012T4 et réalise un strestest historique aboutissant à une dépréciation du risque de crédit.

Gabriel Illanes (2016), utilise un modèle paramétrique non linéaire basé sur le cadre structurel de Merton pour l'analyse du risque associé à un portefeuille de prêts utilisant la vraisemblance maximale, où la fonction de vraisemblance contient un facteur latent aléatoire supposé suivre une distribution normale.

La deuxième partie présente la méthodologie où l'on expose la base de données et les variables explicatives ainsi que la conception du modèle empirique.

2. Méthodologie

Le Macro strestest est un exercice qui se déroule en plusieurs étapes :

La première, étant d'abord la détermination des scénarios possibles, pour cela nous avons retenu plusieurs variables macroéconomiques jugées les plus prépondérantes pour le secteur bancaire, dans une première étape nous opérons des prévisions de ces variables sur quatre trimestres, pour cela l'ensemble des variables ont été estimées par des modèles ARMA, les prévisions étant opérées sur 5 trimestres de 2009 T1 à 2010T1. En deuxième partie, il y a lieu de définir les probabilités de défaut sectorielles trimestrielles, la construction de ces probabilités se fait par comptage, le choix de la logique sectorielle étant fait pour garantir une significativité économique du stress. (les agrégats macroéconomiques contenant une contribution de chaque secteur) .La troisième étape étant la détermination de la relation entre les probabilité de défaillances sectorielles et les variables macroéconomiques dans une logique permettant de retracer les

interdépendances entre secteurs . À cet effet, le choix du model SUR est l'un de nos apports pour la simulation du stress : en effet ce dernier permet l'estimation d'un système de régression en intégrant la matrice de variance covariance des erreurs des différentes équations du système de régression. Cette liaison entre probabilités de défaillance et variables macroéconomiques nécessite le passage par une transformation logarithmique des probabilités, aboutissant aux indices de risque.

La dernière étape est alors la définition de l'impact sur les mesures de risques. Pour cela, et dans le cadre du cas exposé, une première approche s'attache au calcul de la VaR de crédit comme mesure de risque, en adoptant une LGD suivant l'approche IRBF égale à 70%. La VaRest calculée suivant l'approche paramétrique 'VaR Covar', en effet l'étude du cas en question fait ressortir le non refus de la normalité pour l'ensemble des probabilités de défaut sectorielles, mise à part deux secteurs. L'hypothèse étant la normalité pour tous les secteurs, sachant que l'objectif est la construction de la distribution jointe de la probabilité de défaut dans le portefeuille de crédit, et la détermination d'un quantile à différents niveaux (95%,99%.... Cette hypothèse peut faire l'objet de correction après estimation. Ainsi l'estimation de la distribution de probabilité de défaut moyenne dans le portefeuille fait, nous estimons la distribution de perte attendue via la formule :

$$EL = EAD * LGD * PD$$

Où :

EAD : l'encourt en cas de défaut ;

LGD : la perte en cas de défaut ;

PD : la probabilité de défaut.

Cette distribution donne lieu au calcul de la VaR crédit de référence, correspondant au quantile d'ordre 95% par exemple dans le portefeuille avant stress. La VaR après stress étant celle correspondant au même quantile mais après détermination de la nouvelle distribution de la probabilité de défaillance dans le portefeuille de crédit sectorielle (qui n'est autre que la résultante d'une combinaison linéaire des différentes probabilités de défaillance après stress, déterminées via le modèle SUR, et tenant compte des pondérations de chaque secteur dans le portefeuille global).

Cette démarche, et bien qu'elle trouve sa justesse dans la possibilité de corriger la non normalité dans deux secteurs via la correction du quantile estimé par le skewness et le kurtosis de la vraie distribution ; peut générer des sous ou des sur estimations de la VaR. Ainsi, la deuxième partie présente une autre approche pour palier à ce problème de non normalité, via l'utilisation des copules et d'un partitionnement du portefeuille en deux sous portefeuilles : celui regroupant les secteurs qui ne présentent pas de refus de l'hypothèse de normalité des probabilités, et l'autre constitué des deux secteurs présentant le refus de celle-ci. L'idée derrière est la définition d'une mesure de risque pour chacun de ces sous portefeuilles, qui soit additive et qui donnerait en somme la mesure de risque globale dans tout le portefeuille. Cette mesure étant l'ES, l'utilisation des copules a pour but, de capter les interdépendances entre les deux secteurs ne présentant pas la normalité des distributions de probabilité de défaillance. Dans la suite, nous définissons les secteurs retenus ; la construction des probabilités de défaillance, les mesures de risques retenus ainsi que les variables macroéconomiques

2.1. La base de données

À travers le système d'information de la banque en question, nous avons pu obtenir les probabilités de défaillances sectorielles durant la période s'étalant du premier trimestre 1998 au dernier trimestre de 2008, ces probabilités de défaillances représentent le nombre d'entreprises défaillantes par secteur durant un trimestre en rapport avec le nombre de crédits octroyés au secteur durant le même trimestre. Les trimestres retenus sont au nombre de quarante-quatre et les secteurs retenus correspondent à la segmentation de BANQUE AL MAGHRIB (BKAM) comme suite :

Tableau 1 : synthèse des secteurs retenus

Secteurs	Notation	Indice de risque
Les administrations publiques	ADM	Y_ADM
Le bâtiment et travaux publiques	BTP	Y_BTP
Le commerce	COM	Y_COM
L'agriculture	EGRI	Y_EGRI
L'agroalimentaire	AGRO	Y_AGRO
L'activité financière	FIN	Y_FIN
L'hôtellerie et restaurants	HOT	Y_HOT
L'industrie minérale	IMME	Y_IMME
L'industrie du bois	IND_BOIS	Y_IND_BOIS
L'industrie extractive	ind_extr	Y_ind_extr
La production et la distribution d'eau et d'électricité	PROD_DIS	Y_PROD_DIS
Les services	SER	Y_SER
Le textile	TEXTIL	Y_TEXTIL
La transformation chimique	TRANS_CHIM	Y_TRANS_CHIM
Les transports et communication	transp_com	Y_transp_com

Source : Les auteurs

2.1.1. La base de données des variables macroéconomiques : variables explicatives

La mise en place du macrostress passe d'abord par la détermination de l'environnement du stress au niveau Macroéconomique. Pour cela, nous avons procédé à la requête de 15 agrégats macroéconomiques parmi lesquels nous présentons les principaux utilisés après résolution des problèmes de multi colinéarité :

- La masse monétaire M3 (source BKAM)

Cette variable s'avère très importante du fait que c'est l'agrégat monétaire qui représente toutes les formes de monnaie dans l'économie ; son apport est capital en terme de crédit car elle contient en particulier et en contrepartie les crédits à l'économie.

- Le solde des voyages (source Office des changes)

C'est un poste qui existe dans la partie service de la balance des paiements ; il reprend les recettes des voyages qui correspondent aux biens et services fournis par l'économie marocaine aux voyageurs non-résidents, à l'occasion essentiellement des voyages touristiques, des services fournis par les économies étrangères aux voyageurs résidents au titre des voyages touristiques, stages et missions, études, pèlerinage, Omra, voyages d'affaires et soins médicaux, etc.

- Le solde commercial :(source office des change)

Le solde commerciale est la différence entre les exportations et les importations dans une économie donnée. L'évolution positive de ce dernier est un signe de bonne santé du commerce avec le reste du monde, elle se traduit par l'appréciation des réserves en devises et donc par plus d'émissions monétaire.

- Les taux de changes : (source : Forex)

Les taux de change représentent une variable capitale dans une économie surtout dans l'hypothèse du petit pays face aux grandes économies comme le cas du Maroc, de plus et tenant compte du fait de la non convertibilité du dirham et que dans le marché des matières premières le Maroc est un Price taker, toute fluctuation du marché de change aura des impacts sur les couts de reviens des entreprises.

- Le taux de croissance du produit intérieur brut (source : HCP)

Le choix de ce taux est indispensable : car il permet de mesurer l'activité économique, d'estimer la contribution des différents chocs aux fluctuations du taux de croissance économique (ce dernier représente la variation du niveau de la productivité), sa croissance devrait avoir pour sa part un effet positif sur les indices de crédit en augmentant de façon générale le revenu des particuliers, ce qui améliore leur santé financière.

- Le taux d'inflation : (source : HCP)

Le taux d'inflation est une variable macroéconomique principale qui permet de mesurer la stabilité économique et la contribution des différents chocs aux fluctuations du niveau des prix. Cependant, une croissance accompagnée de fortes pressions inflationnistes risquerait d'engendrer une hausse des taux d'intérêt et donc aura un impact négatif sur les indices de crédit.

- Le taux d'intérêt : (source : BKAM)

Le taux d'intérêt directeur est la variable clé dans le marché monétaire, les effets de sa variation se répercutent directement sur la masse monétaire, c'est aussi l'instrument majeur dans le contrôle de cette dernière.

- Le taux de chômage (source : HCP)

Le taux de chômage reflète le niveau de l'emploi dans une économie donnée, dans une vision de court terme. C'est aussi l'input principal dans la détermination du niveau de la production, il est alors fortement relié à la performance des entreprises en terme de production.

- Les Avoirs extérieurs Nets : (source : office des changes)

Dans la vision de décèlement des contreparties de la masse monétaire, les avoirs extérieurs nets représentent une partie non négligeable de M3, leurs appréciations se traduit bien évidemment par l'appréciation de cet agrégat, chose qui se traduit par une amélioration des conditions de liquidité sur le marché monétaire et qui est finalement fortement liée au crédit.

- Les transferts des MRE : source (office des changes)

La variable transfert des MRE reste aussi très importante dans le cas du Maroc, du fait de son impact direct sur les réserves en devises, chose encore très liée aux conditions de liquidité sur le marché monétaire.

- Le taux moyen pondéré (source : BKAM)

Cette variable représente les conditions de prêt dans le marché inter bancaire toute, variation de la masse monétaire se répercuterait directement sur ce taux.

Tableau 2 : statistiques descriptives des agrégats macroéconomiques trimestrielles de 1998 T1 à 2008 T4

Statistique	Nb OBS	manquantes	Min	Max	Amp	Méd	Moy	Coef_var	Asym	Apla	J-B	P_VAL
ICV_T	44	2	0	0	0	0	0	2	0	-1	2	0
PIB_T	44	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1
CHOM_T	44	5	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	1
TdC_M_US	44	5	7	12	5	9	9	0	0	-1	2	0
TdC_M_ER	44	5	10	11	2	11	11	0	0	-1	3	0
TDC_ER_US	44	0	1	1	1	1	1	0	0	-1	3	0
INT	44	1	0	0	0	0	0	0	1	-1	27	0
TMP	44	13	0	0	0	0	0	0	1	1	5	0
MASI	44	0	2941	14684	11743	4690	6155	1	1	0	5	0
MB	44	1	231218	693802	462584	359994	396605	0	1	-1	3	0
Solde_COM	44	13	-44125	-5601	38524	-15553	-17743	-1	-1	0	5	0
Transf	44	1	4105	16885	12780	8719	9012	0	0	-1	2	0
Solde voyages	44	13	3836	19452	15616	8259	8898	0	1	0	2	0
Avoirs	44	1	39756	212647	172891	110780	120970	0	0	-1	5	0
Prix du baril	44	0	11	121	110	30	42	1	1	1	5	0

D’après ce tableau, seule trois séries présentent un nombre de données manquantes supérieur à 5, ces dernières sont le solde commercial, le taux moyen pondéré et le solde des voyageurs, d’autre part et en terme de taux de variation seule deux séries présentent un coefficient de variation supérieur à 1 ce qui signifie une grande variance par rapport à leur moyenne, ces dernières sont respectivement le taux de croissance de l’ICV et le taux de croissance du PIB. En dernier lieu on remarque que la p_value associée au test de *Jarques Bera* donne lieu à un non rejet de l’hypothèse de normalité pour la totalité des séries à l’exception du taux d’intérêt ou il y a refus de cette dernière.

Tableau 3 : Synthèse des modélisations ARMA sur les différentes variables macroéconomiques

SERIE TRANSFORMEES	MODELE
AVOIRS	AR(1)
M_3	ARMA(1,4)
TMP	AR(5)
T_CHOM	ARMA(2,1)
TRANSF	AR(1)
SOLDE_VOY	AR(2)
PRIX_BARIL	BB
TDC_E_US	AR(1)
TDC_E_MAD	AR(1)
TDC_MAD_US	AR(1)
INT	AR(1)
SOLDE_COM	BB
T_pib	AR(1)

Source : les auteurs

Tableau 4 : matrice des prévisions sur les variables standardisées

CST	INT	M_3	MASI	SOLDE_DS_1	CHANGE_EU_US	PIB	TDC_MAD_EUR	P_B_1
1	0,0354	1,63	0,05965	1,42	0,622936919	0,01204	11,46	0,8606
1	0,0361	1,68	0,06147	1,53	0,604909465	0,01204	11,50	1,0022
1	0,0368	1,73	0,06328	1,36	0,58646498	0,01204	11,53	1,0684
1	0,0377	1,78	0,06510	1,54	0,567604401	0,01204	11,57	1,1526
1	0,0386	1,84	0,06691	1,25	0,548328571	0,01204	11,61	1,2463

Source : Les auteurs

2.1.2. Variable dépendantes : taux de défaillance sectoriels trimestriels

La liaison entre les variables macroéconomiques et la défaillance sectorielle dans le portefeuille de crédit de la banque en question est significative. Cela s’explique par la contribution sectorielle à chacun de ces indicateurs macroéconomiques, ainsi et pour établir cette liaison nous avons choisi de construire les probabilités de défaillances sectorielles par trimestre suivant la même période à savoir de 1998T1 à 2008T4.

$$P_i^t = \frac{(n^d_i)_t}{N^t_i} \quad i = 1,2, \dots, 15; t = 1, \dots, 45 \quad (1)$$

Avec :

$(n^d_i)_t$: le nombre d’entreprises du secteur i faisant défaillance à la fin du trimestre t.

N^t_i : le nombre total des entreprises du secteur i contractant un prêt non échu jusqu’à la fin du trimestre t.

Avant d'entamer le traitement de la problématique proprement dite, nous commençons par une étude des statistiques descriptives des taux de défaillances sectorielles, nous ajoutons aux statistiques habituels le test de normalité de Jarque_Bera :

Tableau 5 : statistiques descriptives sur les taux de défaillances sectorielles

	ADM	EGRI	AGRO	BTP	COM	FIN	HOT	IMME	IND_BOIS	EXTR	PROD_DIS	SER	TEXTIL	CHIM	T_COM
Mean	0,064	0,159	0,131	0,104	0,151	0,045	0,162	0,141	0,140	0,140	0,108	0,166	0,106	0,124	0,179
Median	0,061	0,166	0,134	0,103	0,161	0,046	0,166	0,111	0,139	0,138	0,077	0,177	0,121	0,084	0,170
Maximum	0,136	0,290	0,231	0,191	0,242	0,075	0,301	0,301	0,264	0,507	0,303	0,288	0,234	0,257	0,500
Minimum	0,007	0,002	0,006	0,004	0,016	0,016	0,005	0,006	0,003	0,001	0,000	0,012	0,005	0,002	0,015
Std. Dev.	0,031	0,077	0,059	0,051	0,057	0,012	0,079	0,083	0,073	0,127	0,099	0,079	0,060	0,076	0,093
Skewness	0,431	-0,282	-0,175	0,014	-0,339	0,109	-0,058	0,575	-0,017	1,123	0,435	-0,264	-0,251	0,497	1,750
Kurtosis	2,282	2,258	2,255	2,117	2,251	2,927	2,243	2,167	2,030	3,892	1,652	1,879	1,931	1,752	7,792
Jarque-Bera	2,200	1,518	1,186	1,366	1,884	0,093	1,026	3,524	1,649	10,223	4,505	2,687	2,439	4,452	61,632
Probability	0,333	0,468	0,553	0,505	0,390	0,955	0,599	0,172	0,439	0,006	0,105	0,261	0,295	0,108	0,000
Sum Sq. Dev.	0,041	0,241	0,142	0,106	0,135	0,006	0,259	0,282	0,217	0,665	0,403	0,256	0,150	0,236	0,351

Source : Les auteurs

Ainsi ces caractéristiques obtenues, nous pouvons aussi noter la disparité entre les différents secteurs en terme de taux de défaillance. Cela est dû essentiellement à la non intégration de l'effet de structure et de la considération des taux de défaillance brutes les engagements sectoriels n'étant pas semblables.

Dans la suite, nous allons contourner ce problème qui persistera en particulier lorsqu'on s'attachera à définir un indicateur du défaut moyen dans le portefeuille tous secteurs confondu. Nous allons avant cela présenter notre démarche de modélisation des défaillances sectorielles en fonction des variables macroéconomiques déjà présentées dans la partie précédente.

2.2. Démarche de la modélisation des taux de défaillance en fonction des variable Macroéconomiques

Les données disponibles permettent d'observer les événements de défaut des emprunteurs. L'approche utilisée considère directement la série des probabilités de défaut observées pour la classe de risque, une fois l'indice de crédit obtenu (en appliquant la transformation logistique sur la série des probabilités de défaut), le modèle permet d'obtenir la probabilité de défaut conditionnellement aux réalisations des facteurs économiques.

À partir de ces dernières considérations, nous allons utiliser le modèle de risque de crédit dans le développement de la procédure de simulation de crise. Au niveau des exigences réglementaires, le modèle répond adéquatement aux différentes exigences et particulièrement, celles liées à l'étude de scénarios correspondants à différents types de crise.

2.2.1. Le modèle de risque de crédit

L'idée fondamentale de ce modèle est de lier les probabilités de défaut aux variables macroéconomiques. En effet, les variables macroéconomiques expliqueraient la plus grande part de la volatilité des taux de défaut moyens. Ce modèle comporte essentiellement quatre étapes à savoir :

Dans la première étape, la probabilité de défaut est liée à un indice de crédit. Cet indice peut être vu comme une fonction de différentes variables macroéconomiques. Dans la deuxième étape, les évolutions des variables macroéconomiques sont prévues en employant des modèles de prévisions autorégressives. Dans l'étape finale, les nouvelles valeurs pour les variables macroéconomiques, et donc les probabilités de défaut sont simulées, et enfin, la distribution des pertes du portefeuille est produite.

Dans la première étape, le taux de défaut moyen pour chaque secteur est lié aux variables macroéconomiques en employant une transformation logistique :

$$p_{j,t} = \frac{1}{1 + e^{-y_{j,t}}} \quad (2)$$

Où $p_{j,t}$ est la probabilité de défaut dans le secteur j au trimestre t et $y_{j,t}$ est l'indice de crédit spécifique au secteur j , cet indice peut être interprété comme un indicateur de la qualité de crédit puisqu'à mesure qu'il augmente, la probabilité de défaut associée diminue et vice versa. La transformation logistique s'assure que la valeur des probabilités de défaut est dans l'intervalle $[0,1]$. À partir de l'équation (1), la valeur de l'indice de crédit est calculée comme suit :

$$y_{j,t} = \ln\left(\frac{1-p_{j,t}}{p_{j,t}}\right) \quad (3)$$

Afin de trouver le lien empirique avec les variables macroéconomiques, on assume que la probabilité de défaut transformée (c'est-à-dire l'indice de crédit) est déterminée par un certain nombre de variables macroéconomiques, cette relation est donnée par la formule suivante :

$$Y_{j,t} = \beta_{j,0} + \beta_{j,1}X_{1,t} + \beta_{j,2}X_{2,t} + \dots + \beta_{j,n}X_{n,t} + v_{j,t} \quad (4)$$

Où β_j est un ensemble de coefficients de régression à estimer pour le secteur j , $X_{i,t}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) est l'ensemble de facteurs macroéconomiques explicatifs (par exemple PIB, de taux d'intérêt etc.) et le $v_{j,t}$ est une erreur aléatoire indépendante et identiquement distribuée selon la loi normale. Les équations (2) à (4) définissent alors la relation entre la probabilité de défaut et les variables macroéconomiques. Dans l'équation (4), l'effet systématique est capturé par les variables macro-économiques $X_{i,t}$ par contre, l'effet du choc sur le secteur j est capturé par $v_{j,t}$. Dans le modèle empirique, l'équation (4) devrait être estimée pour chaque secteur afin de permettre aux variables explicatives de différer entre les secteurs.

Dans la deuxième étape : les chocs sur les variables macroéconomiques sont obtenus à travers des prévisions (résultats de procédés ARMA ajustés aux différentes séries macroéconomiques).

Dans la troisième partie : il sera question d'intégrer ces prévisions dans un modèle global contenant tous les secteurs, le problème qui persiste est celui de la considération de la corrélation de défaut entre les secteurs. La modélisation choisie devrait prendre en compte cette contrainte.

2.2.2. Le choix du système d'équations SUR et l'estimateur FGLS

Il existe beaucoup de littérature concernant les débats sur la prise en compte de la dépendance dans la modélisation économétrique multi variée. En effet il existe des phénomènes qui se modélisent suivant une logique d'indépendance, mais le fait que les secteurs de l'économie sont exposés en grande majorité aux mêmes alias, fait que dans une vision d'analyse objective, la prise en compte de ces interactions entre secteurs dans une modélisation multi variée est primordiale.

Dans le cas du risque de crédit et du phénomène de défaillance, et comme nous avons vu plus haut, il existe une forte dépendance statistique entre les taux de défaillances sectorielles, de plus et en adoptant un raisonnement purement économique, il est clair que les secteurs de l'économie sont fortement liés en terme de défaillance dans le sens où l'augmentation du taux de défaillance dans un secteur entraîne celle d'un autre en moins.

Dans cette logique, nous utilisons le modèle SUR introduit en 1962 par Zinller, dont nous donnons les résultats de l'estimation dans le tableau ci-dessous

Tableau 6 : Résultat de l'estimation du model « SUR » pour les quinze secteurs

	CTE	INT	M3_ST	SOLDE_DS	TDC_MA_E	TDC_EU	TDC_PIB_1	MASI
Y_ADM	-2.945722	-159.5303	-2.40E-05	9.76E-05	1.268055	5.234021	4.389090	-1.969105
	<i>*0.0000</i>	<i>*0.0000</i>	<i>*0.0001</i>	<i>*0.0034</i>	<i>*0.0000</i>	<i>*0.0000</i>	<i>*0.2009</i>	<i>*0.0017</i>
Y_AGRO	-2.005900	-118.4657	-5.52E-05	0.000113	1.938743	8.407676	0.079939	-2.524041
	<i>*0.0000</i>	<i>*0.0009</i>	<i>*0.0000</i>	<i>*0.0163</i>	<i>*0.0000</i>	<i>*0.0000</i>	<i>*0.9867</i>	<i>*0.0041</i>
Y_IND_BOIS	-2.017611	-162.4903	-6.47E-05	0.000147	2.398611	9.814858	1.457476	-3.180979
	<i>0.0000</i>	<i>0.0001</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0077</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.7985</i>	<i>0.0024</i>
Y_COM	-1.822524	-116.8990	-4.17E-05	9.98E-05	1.568782	6.613356	1.211519	-2.119266
	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0061</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.7473</i>	<i>0.0021</i>
Y_EYRI	-1.836162	-111.7993	-6.70E-05	0.000121	2.296015	10.62598	-0.343450	-2.943456
	<i>0.0000</i>	<i>0.0159</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0457</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.9548</i>	<i>0.0075</i>
Y_FIN	-3.016933	-12.38987	-2.33E-05	5.66E-05	0.716505	3.295763	-2.045135	-0.844872
	<i>0.0000</i>	<i>0.5414</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0304</i>	<i>0.0008</i>	<i>0.0002</i>	<i>0.4182</i>	<i>0.0633</i>
Y_HOT	-1.770395	-128.2681	-6.55E-05	0.000130	2.229755	9.964851	-0.461960	-2.877357
	<i>0.0000</i>	<i>0.0030</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0220</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.9359</i>	<i>0.0060</i>
Y_IMME	-1.855905	-147.7911	-6.55E-05	0.000137	2.117534	7.795138	-0.065414	-2.681671
	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0041</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.9896</i>	<i>0.0037</i>
Y_PROD_DIST	-1.874618	-300.0631	-4.88E-05	7.40E-05	1.183526	4.822310	-1.687844	-1.727851
	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0241</i>	<i>0.0003</i>	<i>0.0001</i>	<i>0.6567</i>	<i>0.0143</i>
Y_TEXTIL	-2.667721	-120.3566	-6.37E-05	0.000136	2.693102	13.62402	1.793120	-3.655422
	<i>0.0000</i>	<i>0.0377</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0710</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.8080</i>	<i>0.0063</i>
Y_TRANS_CHIM	-1.885635	-152.6202	-4.71E-05	0.000104	1.333165	3.130174	-0.217914	-1.657280
	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0011</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0073</i>	<i>0.9502</i>	<i>0.0103</i>
Y_TRANSPORT_CO	-1.389285	-95.79872	9.36E-06	0.000119	0.409384	1.205875	-4.235074	-2.529387
	<i>0.0000</i>	<i>0.0892</i>	<i>0.4096</i>	<i>0.0956</i>	<i>0.4611</i>	<i>0.6040</i>	<i>0.5235</i>	<i>0.0332</i>
Y_BTP	-2.312634	-131.1117	-5.76E-05	0.000126	2.082805	8.645768	0.890046	-2.731733
	<i>0.0000</i>	<i>0.0004</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0098</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.8592</i>	<i>0.0030</i>
Y_SER	-1.841367	-125.6846	-6.15E-05	0.000125	2.156298	8.729252	2.952530	-2.812893
	<i>0.0000</i>	<i>0.0011</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0141</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.5671</i>	<i>0.0028</i>
Y_EXTR	-2.761811	-169.8392	-0.000179	0.000276	5.725949	25.80551	-1.927200	-6.985576
	<i>0.0000</i>	<i>0.1647</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0821</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.0000</i>	<i>0.9018</i>	<i>0.0136</i>

Source : Calcul des auteurs sur Eviews

Tableau 7 : Synthèse des statistiques d'ajustement du model SUR

modèle	R-2	Adj R-2	S.E.	DW	Mean	S.D	SSF	JB	P_V
1	0,6	0,4	0,4	1,0	-2,9	0,5	3,0	0,5	0,8
2	0,6	0,5	0,6	0,5	-2,0	0,8	7,6	0,7	0,7
3	0,7	0,6	0,3	0,9	-1,8	0,5	2,6	1,3	0,5
4	0,6	0,5	0,6	0,7	-1,8	0,8	7,6	0,9	0,6
5	0,5	0,4	0,2	1,1	-3,1	0,3	1,4	0,6	0,7
6	0,6	0,5	0,6	0,7	-1,8	0,8	6,9	1,1	0,6
7	0,7	0,6	0,5	0,7	-1,9	0,8	5,4	0,6	0,7
8	0,8	0,7	0,4	1,1	-1,8	0,7	3,0	0,9	0,6
9	0,5	0,4	0,7	0,6	-2,6	0,9	11,9	0,0	1,0
10	0,8	0,7	0,3	1,0	-1,9	0,7	2,8	0,9	0,6
11	0,4	0,1	0,6	2,4	-1,5	0,7	8,8	0,4	0,8
12	0,6	0,5	0,5	0,6	-2,3	0,7	5,4	0,8	0,1
13	0,7	0,5	0,5	0,9	-1,8	0,7	5,5	0,9	0,6
14	0,6	0,5	1,5	0,7	-2,8	2,1	54,4	0,9	0,6
15	0,6	0,5	0,5	0,6	-2,0	0,7	4,9	1,0	0,6

Source : Calcul des auteurs sur Eviews

Le tableau 7 montre la bonne qualité de l'ajustement du modèle SUR, nous notons en particulier le niveau du R^2 pour la totalité des équations du système d'une part, et le non rejet de l'hypothèse de normalité dans chacune des régressions sectorielle. (la P -value du test de jarque bera étant supérieur à 0,05 dans toutes les régressions) Enfin nous pouvons remarquer les bonnes valeurs de la statistique de DW, indiquant l'absence d'auto corrélation des résidus.

La justification du modèle SUR trouve aussi un appui lorsqu'on mesure le degré de corrélation entre les différents résidus des modèles sous-jacents du système étudié, chose qui est apparente sur le tableau 8 qui représente la matrice de corrélation entre ces derniers.

Tableau 8 : Matrice des résidus du modèle SUR estimé

	ADM	AGRO	BOIS	COM	AGRI	FIN	HOT	IMME	PR DIS	TEXTIL	T CHIM	T COM	BTP	SER	EXTR
ADM	1.00	0.75	0.84	0.80	0.65	0.44	0.70	0.82	0.62	0.69	0.84	0.15	0.81	0.82	0.61
AGRO	0.75	1.00	0.98	0.95	0.99	0.86	0.99	0.98	0.60	0.97	0.73	0.28	0.99	0.94	0.97
IND BOIS	0.84	0.98	1.00	0.92	0.94	0.76	0.96	0.99	0.63	0.93	0.83	0.27	0.99	0.92	0.91
COM	0.80	0.95	0.92	1.00	0.92	0.81	0.94	0.93	0.55	0.94	0.68	0.24	0.95	0.98	0.91
EGRI	0.65	0.99	0.94	0.92	1.00	0.90	1.00	0.94	0.53	0.98	0.62	0.29	0.97	0.92	0.99
FIN	0.44	0.86	0.76	0.81	0.90	1.00	0.90	0.78	0.41	0.89	0.40	0.19	0.81	0.82	0.92
HOT	0.70	0.99	0.96	0.94	1.00	0.90	1.00	0.96	0.57	0.98	0.67	0.27	0.98	0.94	0.99
IMME	0.82	0.98	0.99	0.93	0.94	0.78	0.96	1.00	0.67	0.92	0.85	0.25	0.99	0.93	0.91
PROD DIS	0.62	0.60	0.63	0.55	0.53	0.41	0.57	0.67	1.00	0.50	0.76	0.00	0.61	0.52	0.48
TEXTIL	0.69	0.97	0.93	0.94	0.98	0.89	0.98	0.92	0.50	1.00	0.59	0.30	0.96	0.94	0.98
TRANS CHIM	0.84	0.73	0.83	0.68	0.62	0.40	0.67	0.85	0.76	0.59	1.00	0.13	0.79	0.67	0.58
TRANSPORT COM	0.15	0.28	0.27	0.24	0.29	0.19	0.27	0.25	0.00	0.30	0.13	1.00	0.28	0.26	0.31
BTP	0.81	0.99	0.99	0.95	0.97	0.81	0.98	0.99	0.61	0.96	0.79	0.28	1.00	0.95	0.95
SER	0.82	0.94	0.92	0.98	0.92	0.82	0.94	0.93	0.52	0.94	0.67	0.26	0.95	1.00	0.92
IND EXTR	0.61	0.97	0.91	0.91	0.99	0.92	0.99	0.91	0.48	0.98	0.58	0.31	0.95	0.92	1.00

Source : Calcul des auteurs sur Eviews

2.3. Les étapes du stress test

Le macro stress test suivant la méthode historique se fera successivement à travers les étapes suivantes :

- La prévision des indices de crédits sectoriels en choquant les variables macroéconomiques sur 5 trimestres s'étalant de 2009 T1 à 2010 T1 dans le modèle SUR estimé.
- L'estimation de la matrice de variance covariance des erreurs dans le modèle SUR.
- La génération des erreurs prévus par simulation de Monte-Carlo, pour chaque trimestre et pour chaque secteur.
- La génération des indices sectoriels corrigés par l'erreur.
- Le calcul des probabilités de défaillances prévus.
- L'intégration des probabilités de défaillances prévus dans la base initiale de probabilités de défauts sectoriels.
- La réestimation de la distribution du taux de défaut moyen dans le portefeuille
- Le calcul des impacts par la VaR ou par ES.

Nous présentons dans la suite ces différentes étapes en détaille. Mais avant cela nous présentons la méthodologie du calcul de la VaR.

2.4. Calcul de la VaR

Pour calculer un taux de défaut moyen dans le portefeuille à une date donnée, on est amené à considérer une moyenne des taux de défaut, pondérées par l'encourt sectorielle relatif soit :

$$(P_i^t)' = \left(\frac{(n^d_i)_t}{N^t_i} \right) \times \frac{E_i^t}{\sum_{i=1}^n E_i^t} \tag{5}$$

$$\alpha_i^t = \frac{E_i^t}{\sum_{i=1}^n E_i^t} \tag{6}$$

On note (6) alors le poids associé au secteur i le trimestre t . Ainsi le taux de défaillance moyen dans le portefeuille est :

$$P^t = \sum_{i=1}^n \alpha_i^t * P_i^t \tag{7}$$

Nous pouvons alors estimer le taux moyen de défaut dans le portefeuille sur une période de plusieurs trimestres comme suite :

En considérant que les probabilités de défaut suivent des lois normales et en notant Σ_t , la matrice de variance covariance entre les probabilités de défaut sectorielles au trimestre t nous avons

$$P^t \mapsto N(\alpha_t' \hat{p}^t, \alpha_t' \Sigma_t \alpha_t) \tag{8}$$

Où le vecteur des poids sectoriels le trimestre t est :

$$\alpha_t = \begin{bmatrix} \alpha_t^1 \\ \alpha_t^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \alpha_t^n \end{bmatrix} \tag{9}$$

Dans ce schéma, et partant des probabilités de défaut sur plusieurs trimestres, et sur une période de plusieurs années nous pouvons estimer le taux de défaut moyen pondéré sectoriel (ce qui nous permet par la suite de connaître la distribution jointe du défaut dans le portefeuille tout secteur confondu). Nous pouvons alors simuler cette loi de probabilité en générant un vecteur gaussien de grande taille (10000) (qui suit une loi normale centrée réduite)

et par la suite $Z_{10000} \mapsto N(0,1)$

$$P^t = \hat{\mu}_t + \hat{\sigma}_t * Z_{10000} \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}_t = \alpha_t' \Sigma_t \alpha_t \quad \text{et} \quad \hat{\mu} = \alpha_t' p^t \quad (11)$$

La VaR est ensuite obtenue comme le quantile de cette distribution à un niveau de confiance donné et à un horizon d'un trimestre.

$$VaR_{\alpha,t} = \phi^{-1}(\theta) \sqrt{\alpha_t' \Sigma_t \alpha_t} - \alpha_t' \mu_t \quad (12)$$

Avec ϕ^{-1} la fonction gaussienne inverse. Or nous avons $\phi^{-1}(1-\theta) = -\phi^{-1}(\theta)$, avec $\phi^{-1}(\theta)$ est le quantile à $\theta\%$ la loi gaussienne.

Nous considérons les taux de défaillance avant stress et qui s'étalent sur 45 trimestre et Qui ont déjà fait objet d'une étude descriptive plus précédemment. Ainsi et sur les 15 secteurs du portefeuille nous présentons d'abord le vecteur poids α_t' pris au dernier trimestre 2008 :

Tableau 9 : vecteur poids associé aux différents secteurs dans le portefeuille

Secteur	Poids
ADM	0,020
AGRI	0,013
AGRO	0,039
BTP	0,037
COM	0,131
FIN	0,260
HOT	0,029
IMME	0,062
BOIS	0,016
PROD_DIS	0,049
SER	0,158
TEXTIL	0,034
TRANS_CHIM	0,026
transp_com	0,064
ind Extr	0,063

Source : Les auteurs

3. Résultats

Le vecteur poids tableau (3) montre l'importance des différents secteurs en terme d'engagement dans le portefeuille nous pouvons remarquer alors l'importance relative des deux secteurs du commerce et des services Ainsi ces poids déterminés l'étape suivante consistera à l'estimation du défaut moyen et de la matrice de variance covariance des taux de défauts .

- Matrice de variance covariance des défauts :

Tableau 10 : matrice de variance covariance des taux de défauts dans le portefeuille

	ADM	EGRI	AGRO	BTP	COM	FIN	HOT	IMME	IND_BOIS	PROD_DIS	SER	TEXTIL	TRANS_CHIM	transp_co	extr
ADM	0,0010	0,0013	0,0011	0,0010	0,0013	0,0001	0,0014	0,0012	0,0015	0,0010	0,0017	0,0012	0,0008	0,0001	0,0011
EGRI	0,0013	0,0057	0,0043	0,0036	0,0040	0,0008	0,0058	0,0054	0,0051	0,0035	0,0055	0,0033	0,0039	0,0007	0,0085
AGRO	0,0011	0,0043	0,0034	0,0029	0,0032	0,0006	0,0045	0,0044	0,0041	0,0035	0,0043	0,0023	0,0035	0,0007	0,0062
BTP	0,0010	0,0036	0,0029	0,0025	0,0028	0,0005	0,0038	0,0038	0,0036	0,0031	0,0037	0,0020	0,0030	0,0006	0,0052
COM	0,0013	0,0040	0,0032	0,0028	0,0032	0,0005	0,0043	0,0042	0,0040	0,0034	0,0042	0,0023	0,0033	0,0007	0,0053
FIN	0,0001	0,0008	0,0006	0,0005	0,0005	0,0002	0,0008	0,0008	0,0007	0,0005	0,0007	0,0004	0,0006	0,0001	0,0012
HOT	0,0014	0,0058	0,0045	0,0038	0,0043	0,0008	0,0062	0,0060	0,0054	0,0047	0,0057	0,0030	0,0047	0,0009	0,0087
IMME	0,0012	0,0054	0,0044	0,0038	0,0042	0,0008	0,0060	0,0067	0,0055	0,0066	0,0055	0,0017	0,0058	0,0013	0,0085
IND_BOIS	0,0015	0,0051	0,0041	0,0036	0,0040	0,0007	0,0054	0,0055	0,0052	0,0047	0,0053	0,0027	0,0044	0,0009	0,0072
PROD_DIS	0,0010	0,0035	0,0035	0,0031	0,0034	0,0005	0,0047	0,0066	0,0047	0,0096	0,0040	-0,0008	0,0069	0,0030	0,0051
SER	0,0017	0,0055	0,0043	0,0037	0,0042	0,0007	0,0057	0,0055	0,0053	0,0040	0,0061	0,0033	0,0041	0,0002	0,0081
TEXTIL	0,0012	0,0033	0,0023	0,0020	0,0023	0,0004	0,0030	0,0017	0,0027	-0,0008	0,0033	0,0036	0,0004	-0,0003	0,0040
TRANS_CHIM	0,0008	0,0039	0,0035	0,0030	0,0033	0,0006	0,0047	0,0058	0,0044	0,0069	0,0041	0,0004	0,0056	0,0014	0,0062
transp_com	0,0001	0,0007	0,0007	0,0006	0,0007	0,0001	0,0009	0,0013	0,0009	0,0030	0,0002	-0,0003	0,0014	0,0084	-0,0006
ind_extr	0,0011	0,0085	0,0062	0,0052	0,0053	0,0012	0,0087	0,0085	0,0072	0,0051	0,0081	0,0040	0,0062	-0,0006	0,0158

Source : Les auteurs

Disposant ainsi des défauts moyen sectoriels de la matrice de variance covariance et du vecteur poids nous pouvons calculer les paramètres de la distribution normale (résultat de la combinaison linéaire des défaillances sectorielles, pondérés par leur poids). Nous obtenons après génération du vecteur normale et calcul des quantiles de différents ordres de la distribution du taux de défaut moyen dans le portefeuille obtenu, la VaR. Le calcul de la perte estimée sur l’horizon d’un trimestre et pour les différents niveaux de confiance, se fait systématiquement en multipliant les différents quantiles par la LGD et l’encourt globale.

Ceci étant fait nous résumons les principaux résultats dans les tableaux ci-dessous :

Tableau 11 : paramètres de l’estimation de la VaR

moyenne de la distribution	écart type	LGD	Encourt
0,073	0,046700503	0,7	48 799 567 225,25

Source : Les auteurs

Tableau 12 : récapitulatif des VaR de référence pour différents niveaux de confiance

centille	99%	95%	99,90%	50%
valeur	0,182793498	0,151286372	0,219157335	0,073484497
var	6 244 170 499,48	5 167 896 630,67	7 486 348 156,73	2 510 208 171,99
var%	0,127955448	0,10590046	0,153410134	0,051439148

Source : Les auteurs

3.1. Prédiction des indices de crédit après sters :

Dans cette étape , nous aurons besoin de la matrice des coefficients estimée dans le modèle SUR pour chaque secteur et par variables ,et aussi de la matrice des prévisions des variables macroéconomiques (sur les quelles vont être opérées les transformation de dessaisonalisation et de stationarisation déjà faite dans le cadre de la modélisation ARMA) :

Tableau 13 : matrice des prévisions sur les variables standardisées sans unité

CST	INT	M_3	MASI	SOLDE_DS_1	CHANGE_EU_US	PIB	TDC_MAD_EUR	P_B_1
1	0,0354	1,63	0,05965	1,42	0,622936919	0,01204	11,46	0,8506
1	0,0361	1,68	0,06147	1,53	0,604909465	0,01204	11,50	1,0022
1	0,0368	1,73	0,06328	1,36	0,58646498	0,01204	11,53	1,0684
1	0,0377	1,78	0,06510	1,54	0,567604401	0,01204	11,57	1,1526
1	0,0386	1,84	0,06691	1,25	0,548328571	0,01204	11,61	1,2463

Source : Les auteurs

Disposant de cette matrice et de la matrice des paramètres du modèle SUR (tableau 6) on peut générer les prévisions des indices sectoriels matrices les résultats sont donnés dans le tableau 14 ci-dessous :

Tableau 14 : Récapitulatif des indices de crédit prévus par secteurs sur la période considérée

	ADM	AGRO	BOIS	COM	AGRI	FIN	HOT	IMME	ROD_D	TEXTIL	INS_Ci	SPORT	BTP	SER	IND_EXTR
Q1 2009	-2,97	-2,19	-2,26	-1,91	-1,87	-3,48	-1,98	-2,05	-2,00	-2,84	-2,03	-1,62	-2,49	-1,90	-3,22
Q2 2009	-2,98	-2,28	-2,38	-1,96	-1,78	-3,49	-2,07	-2,15	-2,00	-2,85	-2,12	-1,68	-2,59	-1,90	-3,38
Q3 2009	-2,98	-2,22	-2,30	-1,93	-1,85	-3,49	-2,01	-2,08	-2,00	-2,85	-2,06	-1,64	-2,53	-1,90	-3,28
Q4 2009	-2,98	-2,43	-2,56	-2,05	-1,63	-3,49	-2,22	-2,31	-2,00	-2,85	-2,26	-1,76	-2,73	-1,91	-3,62
Q12010	-2,98	-2,03	-2,06	-1,82	-2,07	-3,49	-1,82	-1,88	-2,01	-2,86	-1,87	-1,54	-2,34	-1,91	-2,98

Source : Les auteurs

Ainsi cette étape faite nous procédons à la génération de l'erreur prévue par une simulation de Monte Carlo.

3.2. Génération de l'erreur prévue

Pour générer une prévision du vecteur des erreurs (dont les composantes sont les erreurs par modèle sectoriel), nous procédons à une simulation de Monte Carlo qui se fait comme suite :

- Estimation de la matrice de variance covariance entre les erreurs du modèle SUR ;
- Décomposition de cholesky de la matrice de variance covariance (matrice A) ;
- Génération d'une matrice de vecteurs normales centrées réduits de taille 5 (matrice Z correspondant au 5 trimestres) ;
- Multiplication A^*Z ;
- Obtention d'une matrice d'erreurs prévues par modèle sectoriel.

Nous présentons dans la suite le résultat final de cette simulation :

Tableau 15 : récapitulatif des prévisions des erreurs par modèles sectoriel

	ADM	AGRO	BOIS	COM	AGRI	FIN	HOT	IMME	PROD_DIS	TEXTIL	NS_CI	SPORT	BTP	SER	IND_EXTR
Q1 2009	-2,0	-2,5	0,1	0,0	0,1	-0,2	0,0	0,0	0,0	-0,1	0,1	0,3	0,0	0,0	0,0
Q2 2009	0,2	0,1	-0,1	0,1	0,1	0,0	-0,1	-0,1	-0,2	0,0	0,1	-0,2	-0,1	0,0	0,0
Q3 2009	0,2	-0,5	-0,2	-0,1	-0,2	-0,1	0,0	0,0	0,3	0,0	0,1	-0,1	-0,1	0,0	0,0
Q4 2009	0,0	-0,1	-0,1	-0,3	-0,3	0,1	0,0	-0,2	0,4	0,0	0,0	-0,5	-0,1	0,0	0,0
Q12010	0,8	1,1	-0,4	0,1	0,1	0,4	0,1	-0,1	0,0	0,2	-0,2	-1,1	0,1	0,1	0,1

Source : Les auteurs

Une fois ces erreurs obtenus nous pouvons obtenir les prévisions des indices corrigés par l'erreur en additionnant les deux matrices de prévision des indices et des erreurs.

Les probabilités de défaillance sont immédiatement obtenues en opérant la transformation suivante sur les indices prévus :

$$P_{i,t} = \log\left(\frac{1 - y_{i,t}}{y_{i,t}}\right) \quad (13)$$

Nous présentons dans la suite ces taux de défaillance dans le tableau 16 :

Tableau 16 : Récapitulatif des probabilités de défaillance prévus sur Cinq trimestres dans le portefeuille de crédit

	ADM	AGRO	BOIS	COM	AGRI	FIN	HOT	IMME	ROD_D	TEXTIL	NS_CI	SPORT	BTP	SER	IND_EXTR
Q1 2009	0,01	0,01	0,10	0,13	0,14	0,03	0,12	0,12	0,12	0,05	0,12	0,21	0,07	0,13	0,04
Q2 2009	0,06	0,10	0,08	0,14	0,16	0,03	0,10	0,10	0,10	0,05	0,11	0,14	0,07	0,13	0,03
Q3 2009	0,06	0,06	0,08	0,12	0,11	0,03	0,12	0,11	0,16	0,05	0,12	0,15	0,07	0,13	0,04
Q4 2009	0,05	0,08	0,06	0,09	0,13	0,03	0,10	0,08	0,17	0,06	0,10	0,09	0,06	0,13	0,03
Q12010	0,10	0,28	0,08	0,15	0,13	0,04	0,16	0,12	0,11	0,07	0,11	0,07	0,10	0,14	0,05

Source : Les auteurs

Nous remarquons particulièrement une augmentation du taux de défaillance pour la quasi-totalité des secteurs, mais qui s'accroît pour le secteur de l'hôtellerie, des services et de l'industrie du bois comparé à leur comportement de défaillance avant stress.

3.3. Calcul de la VaR après stress

Ces taux de défaillance prévus viennent alimenter notre base de données (représentant les probabilités de défaillance par secteur et par trimestres), le calcul de la VaR pour un horizon d'une année, et pour différents niveaux de confiance se fera à l'image de la VaR de référence.

Nous donnons dans la suite un tableau récapitulatif de ces différentes VaR :

Tableau 17 : récapitulatif des paramètres de calcul de la VaR

moyenne	variance	LGD	MONTANT
0,113452635	0,049140512	0,7	48 752 763 375,43

Source : Les auteurs

Tableau 18 : récapitulatif des VaR pour différents niveaux de confiance

niveau de confiance	50%	95%	99%	99,90%
centile	0,113951026	0,195830112	0,228984227	0,267246454
VaR	3 888 799 193,57	6 683 081 375,79	7 814 529 686,13	9 120 302 203,13

Source : Les auteurs

Les différents scénarios considérés se sont traduits par une augmentation significative des niveaux de risque dans le portefeuille de crédit de la banque en question.

Au terme de ce parcours, et avec la méthodologie de calcul adoptée, et qui s'avère en globalité statistiquement saine (du fait de l'hypothèse de normalité vérifiée sur la quasi-totalité des probabilités de défaillance par secteur), et face à l'environnement considéré, une augmentation très significative des niveaux du risque dans le portefeuille de crédit de la banque en question est prévue.

Dans la partie suivante, et dans le but de améliorer notre approche de calcul des effets en termes de risque; Nous considérons toujours les prévisions données par le modèle SUR, ces dernières ne présentant aucun problème sur le plan statistique mais isolons le sous portefeuille constitué des probabilités de défaillance ne vérifiant pas l'hypothèse de normalité de la distribution, et qui sont celles du secteur de transport et communication et de l'industrie extractives.

Ces derniers vont être analysés indépendamment des autres, en adoptant un nouveau concept que nous présentons dans la suite et qui est celui des copules.

4. Application des copules aux secteurs industrie extractive et transport et communication

4.1. Définition des copules

Nous nous limitons dans ce document à la présentation des copules bivariées, dont les résultats sont aisément généralisables dans la plupart des cas. La copule bivariée C est une fonction définie par les caractéristiques suivantes :

- (1) $C(u, 0) = C(0, u) = 0 \forall u \in [0, 1]$: on dit que C est grounded,
- (2) $C(u, 1) = C(1, u) = u \forall u \in [0, 1]$: les marges des distributions marginales sont des marges uniformes,
- (3) C est 2-increasing : $C(v_1, v_2) - C(v_1, u_2) - C(u_1, v_2) + C(u_1, u_2) \geq 0 \forall (u_1, u_2) \in [0, 1]^2, (v_1, v_2) \in [0, 1]^2$ tel que $0 \leq u_1 \leq v_1 \leq 1$ et $0 \leq u_2 \leq v_2 \leq 1$.

Soient U_1 et U_2 deux variables aléatoires uniformes sur $[0, 1]$, alors on a $C(u_1, u_2) = P(U_1 \leq u_1, U_2 \leq u_2) \forall (u_1, u_2) \in [0, 1]^2$. Cette définition assure donc que la copule est une distribution de probabilité avec des marges uniformes. Nelsen (1999) donne une importante liste de familles de copules dont la plus importante est la famille des copules archimédiennes par exemple : les copules de Clayton, de Frank et de Gumbel, de plus en plus utilisées en finance.

Les copules Archimédiennes sont définies de la manière suivante :

$$C(u_1, u_2) = \begin{cases} \varphi^{-1}(\varphi(u_1) + \varphi(u_2) - \varphi(u_1) - \varphi(u_2)) & \text{si } \varphi(u_1) + \varphi(u_2) \leq \varphi(1) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (14)$$

Avec $\varphi'(1) = 0, \varphi''(u) < 0$ et $\varphi'''(u) > 0$ pour tout $0 \leq u \leq 1$. φ est appelée la fonction génératrice de la copule. Le taux de Kendall τ est égal pour les copules Archimédiennes à :

$$\tau = 1 + 4 \int_0^1 \frac{\varphi(u)}{\varphi'(u)} du \quad (15)$$

Tableau 19 : Quelques exemples de copules Archimédiennes bivariées

Nom	Générateur	Copule bivariée
Clayton ($\theta > 0$)	$u^{-\theta} - 1$	$(u_1^{-\theta} + u_2^{-\theta} - 1)^{-1/\theta}$
Gumbel ($\theta \geq 1$)	$(-\ln u)^\theta$	$\exp(-(\tilde{u}_1^\theta + \tilde{u}_2^\theta)^{1/\theta})$
Frank ($\theta \neq 0$)	$-\ln \frac{e^{-\theta u} - 1}{e^{-\theta} - 1}$	$-\frac{1}{\theta} \ln \left(1 + \frac{(e^{-\theta u_1} - 1)(e^{-\theta u_2} - 1)}{e^{-\theta} - 1} \right)$

4.2. Simulation des copules archimédiennes

Pour les copules Archimédiennes, la simulation faite dans le cadre du présent papier est celle dite des distributions marginales cette méthode revient à appliquer l’algorithme suivant :

- 1. Simuler 2 variables aléatoires uniformes v_1 et v_2 .
- 2. Imposer $u_1 = v_1$.
- 3. Déterminer u_2 à partir de la fonction génératrice ρ .

$$u_2 = \varphi^{-1} \left[\varphi \left(\varphi^{-1} \left[\frac{\varphi'(v_1)}{v_2} \right] \right) - \varphi(v_1) \right] \tag{16}$$

4.3. Choix de la meilleure copule (Salaheddine El Adlouni et Taha B.M.J. Ouarda, 2008)

La méthode présentée dans cette section, permet de choisir la meilleure copule archimédienne, soit celle qui s’ajuste le mieux aux données (Nelson, 1999). Dans le cas bivarié ($n=2$), on définit une fonction univariée, K , liée au générateur de la copule par la formule suivante :

$$K(z) = z - \frac{\phi(z)}{\phi'(z)} \tag{17}$$

Un estimateur non paramétrique de cette fonction est :

$$\hat{K}(z) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1_{[w_t \leq z]} \tag{18}$$

avec , $t=1, \dots, T$ et I est l’indicatrice de cet événement, elle est égale à 1 si le couple (x_t, y_t) vérifie la condition $x_t < x_i$ et $y_t < y_i$ et 0 sinon.

Nous pouvons aussi donner une estimation paramétrique du générateur ψ par estimation du paramètre α de la copule Archimédienne, en utilisant l’estimation suivante du τ de Kendall :

$$\tau = \binom{T}{2}^{-1} \sum_{i < j} \text{sign} \left[(x_1^i - x_1^j) \cdot (x_2^i - x_2^j) \right] \tag{19}$$

$$sign(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (20)$$

L'estimation paramétrique de $K(z)$ peut se faire facilement en utilisant l'estimateur du paramètre Θ de la copule. La meilleure copule est telle que l'estimation de $K(z)$ est très proche des valeurs théoriques.

Nous commençons notre application par l'ajustement des lois marginales au deux distributions du taux de défaut dans chacun des secteurs.

4.4. Application

4.4.1. Distributions marginales du taux de défaut

Le test de Kolmogorov smirnov appliqué au deux distributions de taux de défauts dans les deux secteurs ont donné satisfaction pour des loi beta nous présentons dans la suite les résultats de ces deux tests :

Tableau 20 : résultats du test de Kolmogorov Smirnov pour la loi beta

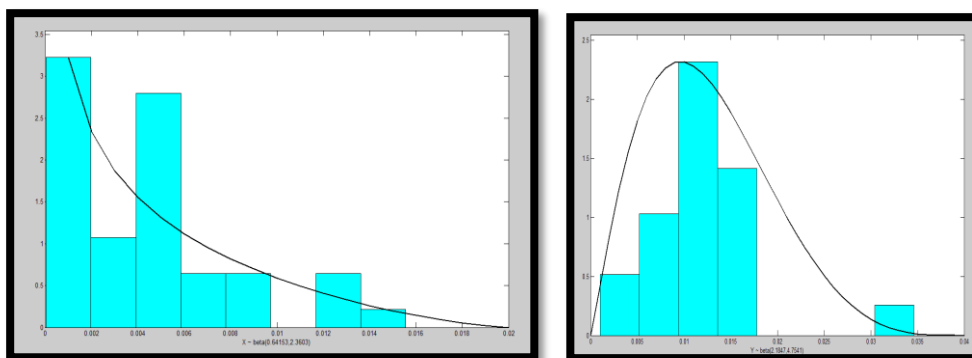
secteurs	D	p-value	alpha	paramètre a	paramètre b
industrie extractive	0,17846561	0,107	0,06	2,1847	4,7541
transport et communication	0,14	0,09	0,05	0,64	2,36

Source : Les auteurs

Comme l'indique les deux valeurs de la P_Value, nous pouvons conclure sur le non rejet de la loi beta pour les deux distributions du taux de défaut pour les deux secteurs (industrie extractive et transport et communication). Dans la suite tous les traitements qui seront opérés sur ces deux distributions résultent de notre calcul sur Matlab.

Ainsi, nous pouvons commencer par visualiser l'ajustement de ces deux lois beta en confrontant les distributions théoriques (beta) et les histogrammes des distributions de défauts dans les deux secteurs.

Figure 1 : Ajustement des lois beta pour les deux secteurs industrie extractive et transport et télécommunication avant stress



Source : Calcul des auteurs sur Matlab

4.4.2. Ajustement de la meilleur copule Archimédienne

Une fois ces lois ajustées, nous pouvons voir qu'il existe effectivement une assez bonne adéquation des deux distributions théoriques et réelle dans les deux secteurs, il est alors question de choisir la bonne copule archimédienne. Pour cela nous présentons les résultats de la statistique K pour différentes copules archimédiennes à savoir celle de Gumbel de Clayton et de Frank.

Tableau 21 : récapitulatif de la statistique K mesurée sur les différentes copules archimédiennes

K_Clayton	K_gumbul	K_Frank
0,9772	0,9663	0,9766

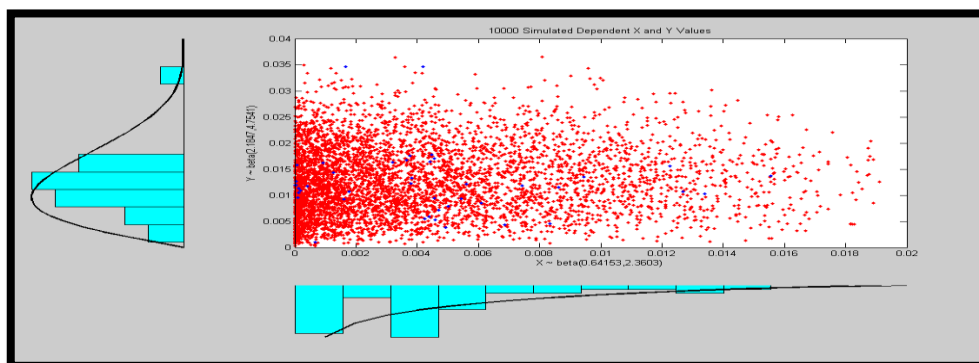
Source : Calcul des auteurs sur Matlab

La valeur la plus proche ici de la valeur théorique est celle donnée par la copule de Clayton, nous pouvons alors voir que cette dernière donne un très bon ajustement aux données disponibles, cela se fait en simulant un grand nombre de points de la copule de Clayton dont le paramètre est estimé à travers la fonction « copulparam » sur Matlab qui donne une valeur $\alpha=0,1776$.

4.4.3. Simulation d'un grand nombre de point par la copule de Clayton

La simulation se fait en considérant les inverses des loi bêta marginales estimées, qui sont simulées par la fonction inverse, ainsi en considérant la copule de Clayton, ses fonctions inverses et le paramètre α nous obtenons le graphique suivant qui montre le bon ajustement de la copule de Clayton à nos données :

Figure 2 : simulation de la copule de Clayton avec les deux lois marginales beta comparées au nuage de point initiale



Source : Calcul des auteurs sur Matlab

En effet, sur ce graphique nous pouvons remarquer que le nuage de points rouge représentant la simulation de la copule de Clayton avec les lois marginales beta inversées représentant l'inverse des distributions de probabilité des taux de défaillances dans le secteur de l'industrie extractive et du transport et communication couvre bien le nuage de point initiale ici en bleu.

Cette étape achevée, nous nous dirigeons vers le calcul des probabilités conditionnelles pour pouvoir ensuite déterminer les pertes attendues à l'horizon choisi et à plusieurs niveaux de confiance.

4.5. Calcul de la perte estimée de référence par probabilité conditionnelle :

Le raisonnement ici tiens compte du fait que le niveau de risque mesuré par la loi jointe sur le sous Portefeuille constitué des deux secteurs « industrie extractive » et « transport et communication » n'est pas une notion évidente. On doit estimer le quantile de la distribution de défaut dans l'un des deux secteurs

conditionnellement à une valeur de celle de l'autre, en notant X_1 la première distribution marginale de la copule de Clayton modélisant la défaillance les deux secteurs, et X_2 sa deuxième loi marginale nous cherchons x_1 telle que :

$$P(X_1 \geq x_1 | X_2 \geq x_2) = \alpha$$

α : étant le niveau de significativité cherché une fois ce quantile estimé nous obtenons la perte estimée par multiplication de ce dernier par l'engagement totale des deux secteurs

4.5.1. Calcul de l'ES de référence

➤ Pour le premier sous portefeuille

Pour calculer la perte estimée globale sur le portefeuille nous allons considérer la somme des deux pertes estimées sur les deux sous portefeuilles, nous commençons par celui qui contient les taux de défaut satisfaisant au non rejet de l'hypothèse de normalité, la perte estimée de référence se calcule suivant la première approche déjà utilisée dans le chapitre précédent :

Tableau 22 : ES de référence pour le sous portefeuille 1 à différents niveaux de confiance

ES à 50%	ES à 95%	ES à 99%	ES à 99,9%
2321150643	4396143529	5236445413	6206276845

Source : Les auteurs

➤ La perte estimée sur le sous portefeuille 2

On considère le quantile d'ordre 99% dans la distribution conditionnelle du taux de défaut dans le secteur transport et commerce sachant un niveau du taux de défaut dans le secteur de l'industrie extractive.

Nous commençons par choisir un niveau élevé de la probabilité de défaillance dans la première distribution marginale de la copule pour cela nous avons opté pour (q_1) le quantile d'ordre 99% de cette dernière et nous calculons x_2 comme suite :

$$\begin{cases} P[X_1 > q_1 / X_2 > x_2] = 0,99 \\ q_1 = 0,0164 \end{cases}$$

Cela donne lieu à une courbe de niveau donnant les points de la deuxième distribution réalisant ce système, nous les ordonnons par la suite et mesurons la moyenne supérieure au quantile à 99%. Et qui représente la probabilité conditionnelle de défaillance dans le sous portefeuille 2 à un niveau de confiance de 99%.

$$P_{\text{portefeuille 2}}^{\text{reference}} = 0,0259$$

La perte estimée (EL) de référence est donnée alors par :

$$EL_2^{\text{reference}} = P_{\text{portefeuille 2}}^{\text{reference}} * LGD * E_2$$

Où E_2 représente l'encours globale dans les deux secteurs. La LGD étant fixée dans notre cas à 70% nous avons

$$EL_2^{\text{reference}} = 112795802,4$$

➤ **La perte globale estimée de référence**

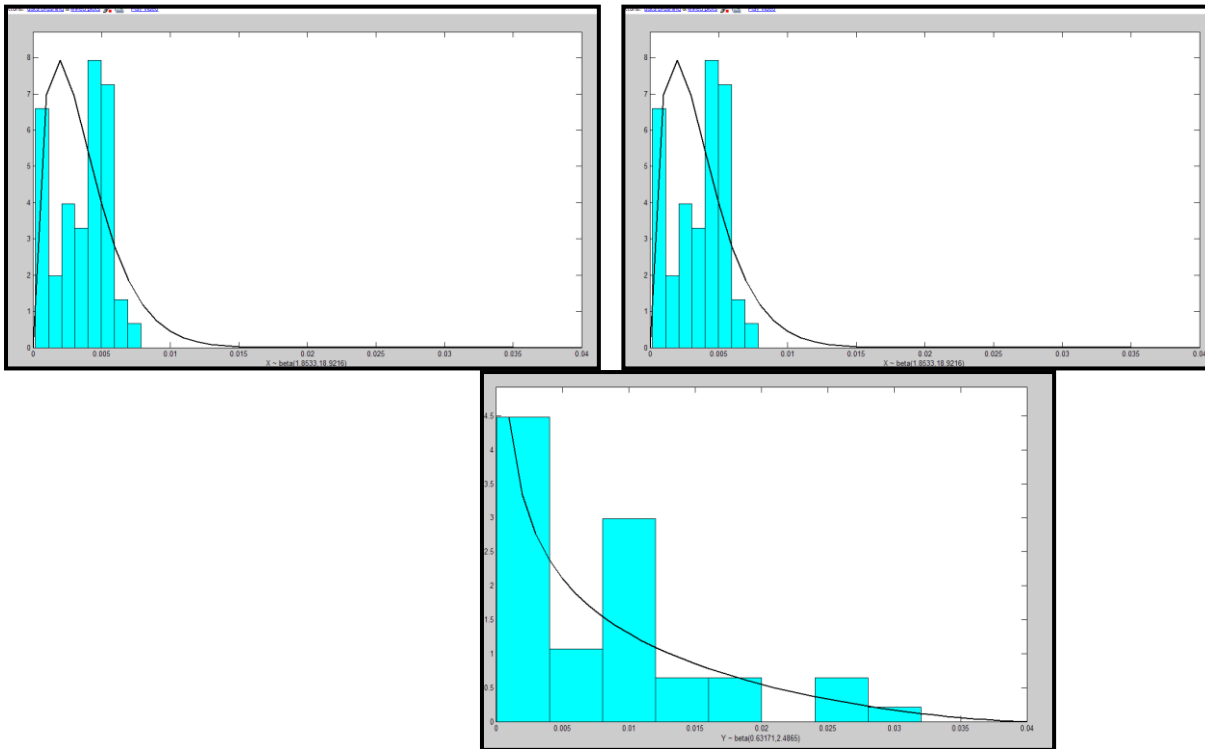
La perte globale sur le portefeuille avant stress est la somme des deux pertes estimées au même niveau de cofinance qui est ici 99%, se valeur est :

$$EL_{Totale}^{référence} = 5349241215$$

4.5.2. Calcul de la perte estimée après stress

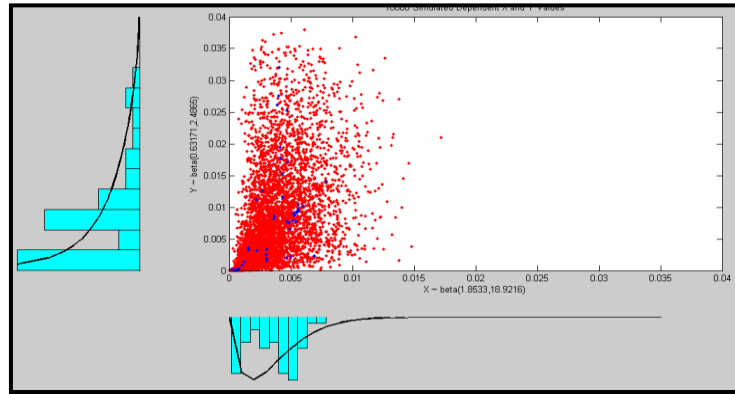
Le même scenario de stress déjà considéré dans plus haut est utiliser ici encore. Avant de donner les résultats des calculs de perte nous commençons par un nouvel ajustement de la copule de Clayton vu que les deux distributions des taux de défauts pondérés dans les deux secteurs suivent des lois marginales béta dont les paramètres ont changé suite au stress :

Figure 3 : Ajustement des lois beta pour les deux secteurs industrie extractive et transport et télécommunication après stress



Source : Les auteurs

Figure 4 : simulation de la copule de Clayton Ajustée



Source : Les auteurs

Le calcul fait dans la section précédente pour estimer la perte de référence sera celui suivie pour estimer la perte après stress les résultats de ces calculs sont rapportés sur le tableau ci-dessous :

Tableau 23 : récapitulatif du calcul des pertes estimées

portefeuille	1	2	Globale
perte estimée à 99%	5653251791	137184084	5790435874

Source : Les auteurs

Le tableau ci-dessus montre qu'en comparaison à la première approche il existe une grande disparité entre les résultats vus que dans la première on assiste à une grande surestimation de la perte encourue, tandis qu'avec la deuxième approche la copule que nous avons ajuster à la distribution jointe du taux de défaut dans les deux secteurs « industrie extractive » et « transport et communication » semble corriger cette surestimation

5. Conclusion

Le recours au strestests est une recommandation des accords de Bâle II et qui s'est confirmé avec l'avènement de Bâle III, cet exercice complexe dans sa conception prend plusieurs formes et reste pratiquer principalement par les banques centrales. Le Macro strestest est quant à lui une version d'avantage adaptée à l'évaluation de la résilience d'un système bancaire en entier et reste difficilement applicable à une banque commerciale particulière, dans ce sens on s'est intéressé à la conception d'une méthodologie d'un Macrosterstest du portefeuille de crédit d'une banque commerciale dans une approche Top Down ; la conception pose plusieurs contraintes à savoir l'environnement macroéconomique à considérer, la détermination des tendances macroéconomiques déterminant le choc à considérer ,la liaison entre le concept de défaillance dans le portefeuille de crédit et l'environnement macroéconomique et la grande question de la modélisation des interdépendances en terme de défaillance dans le portefeuille .

Notre papier s'intéresse à toute ces question en considérant le cas d'une banque marocaine dont l'identité n'est pas révélée par mesure de confidentialité, cela représente en lui-même une originalité dans le sens du très peu de papiers ayant traité le cas du Maroc, ainsi nous avons d'abord travailler sur la conception d'une base de données constituant l'essentiel des agrégats macroéconomiques, et qui peuvent prises en compte pour le cas de l'activité bancaire la périodicité étant trimestrielle afin de pouvoir établir une dynamique de l'environnement macroéconomique en adéquation avec la celle de l'évolution des risques bancaires la longueur considérée étant de 44 trimestres, la détermination de la dynamique d'évolution des agrégats macroéconomiques s'est faite via des modèles ARMA et les prévisions ont été générée sur cinqes trimestres, la relation entre le défaut dans le portefeuille de la banque et l'environnement macroéconomique

est réalisée d'abord via une segmentation sectorielle du portefeuille qui suit le découpage de Bank Al Maghrib, puis en passant par le calcul des indices de crédit trimestriels sectoriels réalisés par transformation logarithmique, la relation est ensuite mise en évidence via un modèle SUR reliant les indices de crédit sectoriels trimestriels est une sélection de variables macroéconomiques parmi celles considérées après traitement des problèmes de multi colinéarité, cela garantit une liaison entre les différents secteurs en terme de défaillance et dynamique dans le modèle qui retrace celle du portefeuille de crédit, les résultats obtenus débouchent sur un modèle robuste et d'une bonne qualité d'ajustement en globalité.

Le choc est ensuite réalisé via les prévisions déjà obtenus par les différents modèles ARMA et la question des impacts est traitée en deux étapes :

La première en considérant les résultats de l'étude descriptive des probabilités de défaillances sectorielles qui donnent le refus de l'hypothèse de normalité pour deux secteurs seulement, la démarche considère alors la normalité dans le portefeuille en globalité et donne lieu à l'évaluation des impacts par le biais de VaR paramétrique après considération des pondérations de chaque secteur et donne une augmentation du risque de 25%

La deuxième démarche, exacte en terme analytique segmente le portefeuille en deux sous portefeuilles le premier constitué des secteurs ne présentant pas de refus pour l'hypothèse de normalité des probabilités de défaillances et le deuxième constitué des deux secteurs ne présentant pas de normalité de la distribution des probabilités de défaillance trimestrielles, en adoptant une mesure alternative à la VaR et qui est l'expected shortfall, cette mesure étant additive permet de capter le risque global dans le portefeuille avant et après stress par addition des deux mesures dans les sous portefeuilles considérés, cela est possible après application des copules archimédiennes permettant de capter la structure de dépendance dans le deuxième sous portefeuille et l'évaluation de l'impact global après stress donne lieu à une augmentation du risque durant la période considérée mais d'une manière plus atténuée que les résultats obtenus via la VaR soit de l'ordre de 8,2%.

Ces résultats confirment l'apport des copules dans la modélisation de la structure de dépendance dans un portefeuille de crédit mais restent applicables dans le cas bivarié la question est alors comment les étendre au cas multivarié et garantir une mesure de risque cohérente, la modélisation considérée est en générale de bonne qualité mais les stress historiques doivent être complétés par d'autres types de stress vu qu'ils donnent des résultats qui vont parfois à l'encontre de la réalité, en guise d'exemple les prévisions ont donné un accroissement du taux d'intérêt chose qui ne coïncide pas avec la décision de la politique de BKAM de baisser ces derniers. Des simulations de crise en dehors de la méthode historique qui a fait l'objet du présent travail devraient compléter l'exercice de stress test pour cerner toutes les possibilités.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Duffie, D., Saita, L., & Wang, K. (2007). Multi-period corporate default prediction with stochastic covariates. *Journal of financial economics*, 83(3), 635-665.
- [2] Mager, F., & Schmieder, C. (2009). Stress-testing German credit portfolios. *The Journal of Risk Model Validation*, 3(3), 27.
- [3] Otani, A., Shiratsuka, S., Tsurui, R., & Yamada, T. (2009). Macro stress-testing on the loan portfolio of Japanese banks. *Bank of Japan, Financial Systems and Bank Examination Department*.
- [4] Hannerle, A., Dartsch, A., Jobst, R., & Plank, K. (2011). Integrating macroeconomic risk factors into credit portfolio models.
- [5] Kanno, M. (2015). Macro stress test for credit risk. *The Journal of Risk Finance*, 16(5), 554-574.
- [6] Başarır, Ç. (2016). A macro stress test model of credit risk for the Turkish banking sector. *Asian Economic and Financial Review*, 6(12), 762-774.
- [7] Illanes, G., Pena, A., & Sosa, A. (2016). A macroeconomic model of credit risk in Uruguay. *Revista*

- Brasileira de Economia*, 70, 441-455.
- [8] Zellner, A. (1962). An efficient method of estimating seemingly unrelated regressions and tests for aggregation bias. *Journal of the American statistical Association*, 57(298), 348-368.
- [9] Chak-sham Wong, M., & Lam, Y. F. (2008). Macro stress tests and history-based stressed PD: the case of Hong Kong. *Journal of Financial Regulation and Compliance*, 16(3), 251-260.
- [10] Thiombiano, A. N., El Adlouni, S., St-Hilaire, A., Ouarda, T. B., & El-Jabi, N. (2017). Nonstationary frequency analysis of extreme daily precipitation amounts in Southeastern Canada using a peaks-over-threshold approach. *Theoretical and Applied Climatology*, 129, 413-426.
- [11] Salaheddine El Adlouni ,Set Taha B.M.J. Ouarda ,(2008),”Comparaison Des Méthodes D’estimation Des Paramètres Du Modèle Gev Non Stationnaire “,”Revue Des Sciences De L’eau ‘,Volume 21, Numéro 1 ,Pp 35-50 .
- [12] Hannerle, A., Dartsch, A., Jobst, R., & Płank, K. (2011). *Integrating macroeconomic risk factors into credit portfolio models*.
- [13] Engelmann, B., & Rauhmeier, R. (Eds.). (2011). *The basel II risk parameters: estimation, validation, stress testing-with applications to loan risk management*. Springer Science & Business Media.
- [14] Mager, F., & Schmieder, C. (2009). *Stress-testing German credit portfolios*. *The Journal of Risk Model Validation*, 3(3), 27.
- [15] Honoré, B. E. (2002). *Nonlinear models with panel data*. *Portuguese Economic Journal*, 1(2), 163-179.

Annexe 1: les mesures VaR et ES

La VaR crédit une définition

La VaR est une mesure de risque bien connu dans le cadre du risque de marché. Bien que peu appropriée dans le cadre du risque de crédit, cette mesure est néanmoins assez largement répandue.

La VaR à vocation d’estime les risques de très grande amplitude, la VaR à un horizon fixé et à un niveau de confiance α s’exprime comme suite

$$VaR_{\alpha} = \min \{x | P[X \geq x] \leq 1 - \alpha\}$$

Avec X la variable aléatoire modélisant les rendements du portefeuille. La VaR est donc une mesure de quantile. Elle correspond au plus petit élément du support à partir duquel $(1-\alpha)$ % la distribution est concentrée. La VaR n’a donc pas de vocation à renseigner sur la taille potentielle des pertes excédants ce point particulier de la distribution. Par ailleurs Artzeber et al. ont démontré que la VaR ne répondait pas à l’un des critères de mesures cohérentes de risque : celui de sous additivité. Ceci veut dire que la VaR d’un portefeuille peut excéder la somme des VaR des actifs contenus dans ce portefeuille. Enfin, en raison même de sa définition, la VaR est un indicateur très instable et peu fiable pour des niveaux d’intervalle de confiance élevés. Au-delà d’un niveau de 99,9% une modification marginale de α peut conduire à des variations très consistantes. Il est donc important de garder cette limitation importante à l’esprit lorsque cet indicateur est utilisé.

L’Expected Shortfall ou l’alternative à la VaR

L’Expected shortfall est une mesure alternative à celle de VaR. L’ES peut se définir comme la moyenne des pertes conditionnelles au niveau de perte excédant le quantile correspondant à la VaR, elle se définit par :

$$ES_{\alpha} = E[X | X \succ VaR_{\alpha}]$$

On pourra noter en particulier que L'ES est une mesure cohérente de risque. Associé à l'indicateur de VaR, l'ES est donc particulièrement bien adapté afin de permettre au gestionnaire de risque d'appréhender la magnitude des pertes les plus conséquentes situées au sein de la queue de distribution.

Annexe 2 : Présentation du modèle SUR

Soit un système de m régressions écrites comme suite

$$Y_i = X_i\beta_i + \varepsilon_i \quad i = 1, \dots, M$$

Sous les hypothèses :

$$\varepsilon = [\varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \dots, \varepsilon'_M] \quad E(\varepsilon | X_1, X_2, \dots, X_M) = 0, \quad E = [\varepsilon\varepsilon' | X_1, \dots, X_M] = \Omega$$

On suppose que T observations sont utilisées pour estimer les paramètres des M équations constituant le système, chaque équation contient K_i variables explicatives, c qui donne en totalité $K = \sum_{i=1}^n K_i$, nous

devons nous assuré que $T \geq K_i \quad \forall i$. Dans une première approche nous considérons que les erreurs sont non corrélées en coupe transversale :

$$\begin{cases} E[\varepsilon_{it} \varepsilon_{jt} | X_1, \dots, X_M] = \sigma_{ij} I_T \quad \text{sit} = s \\ 0 \quad \text{sin on} \end{cases}$$

$$E[\varepsilon\varepsilon' | X_1, \dots, X_M] = \Omega = \begin{bmatrix} \sigma_{11}I & \sigma_{12}I & \dots & \sigma_{1M}I \\ \sigma_{21}I & \sigma_{22}I & \dots & \sigma_{2M}I \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{M1}I & \sigma_{M2}I & \dots & \sigma_{MM}I \end{bmatrix}$$

Nous considérons dans la suite un cas particulier du modèle SUR ou les variables explicatives sont les mêmes pour toutes les équations de régression.

Le système est alors une régression multi variée ou chaque équation et une régression classique mais les paramètres de ce dernier sont estimés en prenant compte des interactions entre différents modèles constituant le système nous allons voir que cette estimation ne peut être efficiente en pratiquant une moindre créée ordinaire mais plutôt un moindre carré généralisé. Cet estimateur s'écrit :

$$\hat{\beta} = [X'(\Sigma^{-1} \otimes I)X]^{-1} X'(\Sigma^{-1} \otimes I)y$$

En utilisant la procédure de Kronecker on a :

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \sigma^{11} X'_1 X_1 & \sigma^{12} X'_1 X_2 & \dots & \sigma^{1M} X'_1 X_M \\ \sigma^{21} X'_2 X_1 & \sigma^{22} X'_2 X_2 & \dots & \sigma^{2M} X'_2 X_M \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma^{M1} X'_M X_1 & \sigma^{M2} X'_M X_2 & \dots & \sigma^{MM} X'_M X_M \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^M \sigma^{1j} X'_1 y_j \\ \sum_{j=1}^M \sigma^{2j} X'_2 y_j \\ \dots \\ \dots \\ \sum_{j=1}^M \sigma^{Mj} X'_M y_j \end{bmatrix}$$

cet estimateur est différent de celui de la moindré carrée ordinaire ,sur ce point les équations du système sont reliées par leurs erreurs d'où l'appellation «*SEEMINLGLY UNRELATED REGRESSIONS* » Zillner justifie le choix de cette estimateur comme suite :

- Si les équations sont indépendantes de sorte que $\sigma_{ij} = 0 \quad \forall i \neq j$ il n'est alors pas nécessaire de pratiquer une GLS , l'OLS est efficiente ;
- Si les équations on les mêmes variables explicatives et dans cas les estimateurs OLS et GLS sont identiques ;
- Si les variables explicatives sont différentes d'un bloc à l'autre l'estimateur OLS n'est pas efficient, il convient d'utiliser l'estimateur GLS ;
- Plus la corrélation entre les résidus est grande et plus la GLS est la plus efficiente.